

**Recherches sur l'articulation
entre la logique et le raisonnement mathématique
dans une perspective didactique.**

Un cas exemplaire de l'interaction entre analyses épistémologique et didactique.

**Apports de la théorie élémentaire des modèles pour une analyse didactique du
raisonnement mathématique**

Viviane DURAND-GUERRIER

IUFM de Lyon & LIRDHIST, Université Claude Bernard Lyon 1

Résumé

La note de synthèse rédigée en vue de soutenir une habilitation à diriger des recherches (HDR) a comme but de proposer une relecture de l'ensemble de travaux de recherche que je conduis depuis une quinzaine d'année sur l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique à la lumière de la théorie élémentaire des modèles de Tarski, qui joue ici le rôle de référence épistémologique pour les analyses didactiques. Une première partie présente les aspects de la théorie des modèles que j'ai retenu pour les études didactiques, ainsi qu'un exemple de l'utilisation de ce cadre pour repenser les questions de vérité, de validité, de nécessité et de certitude. La suite du document développe les analyses suivant trois axes : un retour sur les connecteurs logiques au-delà des tables de vérité ; un questionnement de différentes pratiques ordinaires dans la classe de mathématiques concernant la gestion des questions de quantification ; l'interprétation des énoncés mathématiques sous les angles syntaxique, sémantique et pragmatique. Ceci permet de réinterpréter un certain nombre d'erreurs classiques de logique ; de réduire la distance supposée entre logique de sens commun et logique mathématique et de s'interroger sur certains choix d'enseignement eu égard en particulier aux objectifs d'apprentissage visés en terme de rigueur.

Les résultats obtenus dans ce cadre théorique général permettent d'envisager un programme de recherche suivant deux axes complémentaires : dont je donnerai quelques aperçus. Le premier axe concerne le développement des travaux visant à élucider le rôle que joue le formalisme logique dans l'élaboration des connaissances mathématiques au niveau de l'enseignement universitaire en lien avec la mise en œuvre d'ingénieries didactiques. Le second axe concerne la poursuite des recherches amorcées sur le croisement entre analyses didactiques et analyses dynamiques du discours dans la classe de mathématiques en mobilisant les ressources offertes par la sémantique logique.

Mots clés : Didactique des mathématiques ; analyse épistémologique ; raisonnement ; logique mathématique ; quantification ; syntaxe ; sémantique logique ; pragmatique ; théorie élémentaire des modèles.